

الوحدة الثالثة : الأسس الصحيحة غير الموجبة

المدرس الأول : الأسس الصحيحة غير الموجبة

لاحظ الجدول الآتي ثم أكمله :

	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
القيمة العددية	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
الصيغة الأسية	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

$10 \div 10 = 1$ $100 \div 10 = 10$ $1000 \div 100 = 10$ $10000 \div 1000 = 10$ $100000 \div 10000 = 10$ $1000000 \div 100000 = 10$ $10000000 \div 1000000 = 10$

تذكر :

عندما تكون الأسس الصحيحة موجبة ، فإن :

$$10^2 \text{ تعني : } 10^2 = 10 \times 10 = 100 , \quad 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

أي هو الضرب المتكرر للعدد نفسه .

لاحظ ترتيب الأسس في الجدول ، حيث تمثل ترتيب الأعداد على خط الأعداد .

$$10^0 = 10 \div 10 = 1 , \text{ أي أن : } 10^0 = 1$$

$$10^{-1} = 1 \div 10 = \frac{1}{10} , \text{ أي أن : } 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10} \div 10 = \frac{1}{100} , \text{ أي أن : } 10^{-2} = \frac{1}{100}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{100} \div 10 = \frac{1}{1000} , \text{ أي أن : } 10^{-3} = \frac{1}{1000}$$

$$10^{-4} = \frac{1}{1000} \div 10 = \frac{1}{10000} , \text{ أي أن : } 10^{-4} = \frac{1}{10000}$$

تذكر :

$$10^0 = 1$$

قاعدة :

إذا كان s عددًا نسبيًا ، حيث $s \neq 0$ ، m عددًا صحيحًا فإن :

$$(1) \quad 10^m \div 10^s = 10^{m-s}$$

$$(2) \quad 10^m \div 10^{-s} = 10^{m+s}$$

$$(3) \quad 10^0 = 1$$

الجدول الآتي :

ملاحظة: لاحظ؟
الامتحان: $\frac{1}{8} = 1 - 8$ ، $\frac{1}{8} = 1 - 8$
ملاحظة: نستطيع ان نستنتج؟
النتيجة: $\frac{1}{8} = 1 - 8$

$$r - \left(\frac{r}{\gamma}\right) (r - \frac{1}{r - \gamma}) (r - r - 0) (1$$

(قاعدة ١) $\frac{1}{r_0} = r_0^{-1}$

(قاعدة ١) $\frac{1}{r_\lambda} = r_{-\lambda}$ (٢)

(قاعدة ٢) $r_2 = \frac{1}{r_1 - r_2}$ (٤)

الكتاب كلاً مما يأتي في صورة يكون فيها الأس موجبة:

$$\frac{1}{r(y)} = r^{-}(y) \quad (1)$$

$$^2(4) = \frac{1}{2-(4)} \quad (2) \quad \text{(تحويل الأس السالب الى موجب ، حسب القاعدة ١)}$$

$$^3\left(\frac{4}{5}\right) = 3-\left(\frac{4}{5}\right) \quad (3)$$

مثال (٢) / ص ١١٣ :
جد ناتج كل مما يأتي :

$$^2\left(\frac{3}{7}\right) \quad (3) \quad ^2\left(\frac{3}{7}\right) \quad (4) \quad ^2\left(\frac{1}{9-}\right) \quad (2) \quad ^2\left(\frac{3}{7}\right) \quad (3)$$

الحل :
(تحويل الأس السالب الى موجب)

$$^2\left(\frac{3}{7}\right) = 2-\left(\frac{3}{7}\right) \quad (1) \quad \frac{1}{27} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3} =$$

$$^2(9-) = \frac{1}{2-(9-)} \quad (2) \quad (سالب \times سالب = موجب) \quad 81 = 9- \times 9- =$$

$$^3\left(\frac{3}{7}\right) = 3-\left(\frac{3}{7}\right) \quad (3) \quad \text{(تحويل الأس السالب الى موجب)}$$

$$\frac{49}{9} = \frac{49}{9} \times 1 = \frac{9}{49} \div 1 = \frac{1}{9} = \frac{1}{3 \times 3} =$$

$$(4) \quad 1 = \left(\frac{2}{5}\right) \quad (3 \text{ قاعدة})$$

تدريب (٢) / ص ١١٤ :

ضع العدد المناسب في لتكون العبارة صحيحة :

$$^3(10) = \square \quad 0,001 \leftarrow \text{الحل هو } 3-$$

$$\text{لأن : } 3-10 = \frac{1}{3_{10}} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

$$^2(5) = \square(7) \leftarrow \text{الحل هو صفر}$$

$$\text{لأن : } 1 = 5 = 7$$

فكر وناقش / ص ١١٤ :

العدد الصحيح المرفوع لأس سالب قيمته أقل من الواحد صحيح .
الحل : لاحظ الفرع الأول من تدريب ٢ .

تمارين ومسائل / ص ١١٥ :
 من الأعداد الآتية باستخدام الأس الصحيحة السالبة :

$$4\left(\frac{5}{7}\right)^{-3}$$

$$\frac{1}{64}^{-2}$$

$$1^{-7} = \frac{1}{7}^{-1}$$

$$2^{-8} = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{64}^{-2}$$

$$4^{-\left(\frac{7}{5}\right)} = 4\left(\frac{5}{7}\right)^{-3}$$

تمارين / ص ١١٥ :

(١) ادعى جهاد أن $4^{-10} = 0,0001$ ناقش صحة إدعائه مع التبرير
 الحل : الجملة صحيحة لأن $4^{-10} = \frac{1}{4^{10}} = \frac{1}{10000} = 0,0001$

(٢) ادعت إسلام أن $\frac{9}{16} = 2^{-\left(\frac{3}{4}\right)}$ ناقش صحة إدعائها مع التبرير .
 الحل : الجملة غير صحيحة ، لأن :

$$\frac{9}{16} \neq \frac{1}{9} = 2^{-\left(\frac{4}{3}\right)} = 2^{-\left(\frac{3}{4}\right)}$$

تمارين ومسائل / ص ١١٦

(١) اكتب كلا مما يأتي في صورة يكون فيها الأس موجبا :

$$5^{-\left(\frac{1}{13}\right)} \quad \text{ج}$$

$$\frac{1}{3^{-10}} \quad \text{ب}$$

$$5^{-2} \quad \text{ا}$$

الحل :

$$5^{-\left(\frac{1}{13}\right)} = \frac{1}{5^{\left(\frac{1}{13}\right)}} \quad \text{ب}$$

$$\frac{1}{5^{-2}} = 5^{-(-2)} = 5^2 \quad \text{ا}$$

$$5^0 = \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 5^{-\left(\frac{1}{13}\right)} \quad \text{ج}$$

(٢) جد ناتج كل مما يأتي :

(د) $\binom{12}{30}$ (ج) $2^{-(0.4)}$ (ب) $3^{-\frac{2}{(1.0)}}$ (أ) $2^{-(7)}$

الحل :

(أ) $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^7} = 2^{-(7)}$

(ب) $3000 = 1000 \times 3 = 3_{(1.0)} \times 3 = \frac{3}{3^{-(1.0)}}$

(ج) $\frac{100}{16} = \frac{2}{\left(\frac{10}{4}\right)} = \frac{2}{\left(\frac{4}{10}\right)} = 2^{-(0.4)}$

(د) $1 = \binom{12}{30}$ (القاعدة الثالثة)

٣) اكتب كلا مما يأتي باستخدام الأسس الصحيحة السالبة :

(ب) ٨

(أ) $\frac{1}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}$

(د) $\frac{1}{\text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}}$

(ج) $\frac{16}{64}$

الحل :

(أ) $1 = \frac{1}{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1} = \frac{1}{1_{(1.0)}} = 1^{-(1.0)}$

(ب) $\frac{1}{1^{-(8)}} = 1^{(8)} = 8$

(ج) $2^{-(2)} = \frac{2}{\left(\frac{8}{4}\right)} = \frac{2}{\left(\frac{4}{8}\right)} = \frac{16}{64}$

(د) $3^{-(\text{ب})} = \frac{1}{3_{(\text{ب})}} = \frac{1}{\text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}}$

٤) رتب الأعداد تنازليًا :

$\frac{1}{3^{(2)}}$ ، $2^{(0.3)}$ ، $1^{(0.5)}$

الحل :

$0.9 = \frac{9}{100} = \frac{2}{\left(\frac{3}{10}\right)} = 2^{(3)}$

$1 = 1^{(0.5)}$

$\frac{1}{8} = \frac{1}{3^{(2)}}$

ب) تنازلياً: $(0,5)$ ، $(2,3)$ ، $\frac{1}{3}(2)$

ج) صاع العدد المناسب في المربع في ما يأتي:

المحل: $\frac{1}{4} = 1-(4)$ ، $1 = 2-(4)$ ، $\frac{1}{16} = 2-(4)$ ، $\frac{1}{64} = 3-(4)$

$\frac{1}{16} = \frac{1}{2(4)} = 2-(4)$

$\frac{1}{64} = \frac{1}{3(4)} = 3-(4)$

٦) هل توافق أم تعارض كلا مما يأتي ، وضح السبب:

أ) $\frac{2}{6} = \frac{4}{2(6)}$ (ب) $\frac{1}{5} = \frac{4}{2-(5)}$ (ج) $\frac{1}{5} = \frac{4}{2-(5)}$ (د) $\frac{1}{5} = \frac{4}{2-(5)}$

المحل: أعارض $\frac{2}{6} \neq \frac{4}{36} = \frac{4}{2(6)}$

ب) $\frac{1}{5} = \frac{4}{2-(5)}$ أوافق (القاعدة الرابعة).

ج) $\frac{1}{5} = \frac{4}{2-(5)}$

أعارض. $\frac{1}{5} \neq 1.0 = 2 \times 4 = 2(5) \times 4 = \frac{4}{2-(5)}$

د) $\frac{1}{5} = \frac{4}{2(6)}$

أوافق. $\frac{1}{5} = \frac{1}{6} = \frac{6}{36} = \frac{6}{2(6)}$

٧) إذا علمت أن $\frac{1}{49} = 2-(7)$ ، جد قيمة $4-(7)$

المحل: $2\left(\frac{1}{49}\right) = 2(2-7) = 4-(7)$

$\frac{1}{24.1} =$

الدرس الثاني : الجذر التربيعي للعدد النسبي

تذكر مما تعلمته سابقاً : (شرح الأستاذ):
يمكن إيجاد الجذر التربيعي للمربعات الكاملة . أي الأعداد الناتجة من ضرب عدد في نفسه .

مثل $1 \times 1 = 1$ ، $2 \times 2 = 4$ ، $3 \times 3 = 9$ وهكذا
نسمي كلا من 1 ، 4 ، 9 ، 25 ، مربعات كاملة .

سؤال : هل العدد 196 مربع كامل ؟
الحل : نلجأ إلى طريقة التحليل إلى العوامل الأولية :

2	196
2	98
7	49
7	7
	1

$$7 \times 7 \times 2 \times 2 = 196$$

$$14 = 7 \times 2 =$$

إذن العدد 196 مربع العدد 14
لذلك نقول أن $14 = \sqrt{196}$ ، $5 = \sqrt{25}$ وهكذا

* يمكن أيضاً إيجاد الجذر التربيعي للعدد النسبي $\frac{1}{b}$:

$$\sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$$

لإيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي موجب على صورة كسر عادي ، نجد الجذر التربيعي لكل من البسط والمقام .

تذكر :

$$\text{مساحة المربع} = \text{الضلع} \times \text{الضلع} = (\text{الضلع})^2$$

$$\text{إذن : ضلع المربع} = \sqrt{\text{مساحة المربع}}$$

فلو كان طول ضلع المربع هو 14 \Rightarrow مساحة المربع $= 14 \times 14 = 196$ وحدة مربعة
إذن : طول ضلع المربع $= \sqrt{196} = 14$

مثال: جذر التربيعي للأعداد الآتية: (شرح الأستاذ):
 (1) 81 (2) $\frac{16}{64}$ (3) $0,25$ (4) $\frac{27}{9}$

الحل:
 (1) $9 = \sqrt{81}$
 (2) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{64}} = \frac{16}{64}$

(3) $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{5}{10} = \frac{25}{100}$
 (4) $\frac{27}{9} = 3 = \frac{9}{9}$

نشاط / ص ١٢١:

تكتب قاعدة لإيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي، وتحقق من صحة ذلك.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

مثال:
 $\frac{8}{9} = \frac{8 \times 8}{9 \times 9} = \frac{64}{81}$
 $\frac{8}{9} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{81}} = \frac{64}{81}$

تدريب (١) / ص ١٢١:

(1) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20} = \frac{225}{400}$
 (2) $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{4}{100} = \frac{4}{100}$
 (3) $\frac{7}{4} = \frac{49}{16} = \frac{49}{16}$

تدريب (٢) / ص ١٢١:

← $\frac{11 \times 11}{13 \times 13} = \frac{121}{169}$ مربع كامل.
 ← ليس مربع كامل لأن 117 لا يساوي حاصل ضرب عدد صحيح بنفسه.

$$(3) \quad \frac{3 \times 3}{1.81} = \frac{9}{1.81} = 4.97 \leftarrow \text{مربع كامل.}$$

$$(4) \quad \frac{1}{35} \text{ ليس مربع كامل لأن } 35 \text{ لا يساوي حاصل ضرب عدد صحيح بنفسه.}$$

تدريب (3) / ص ١٢٢ : جد قيمة تقريبية للعدد ٠.٨٦ وتحقق من معقولية الحل باستخدام الآلة الحاسبة :

الحل :

$$\text{أولاً : } \frac{86}{100} = 0.86$$

المقام ١٠٠ وهو مربع العدد ١٠
البسط ٨٦ تبحث عن مربعين كاملين ينحصر بينهما العدد ٨٦ . وهما المربعان ١٠٠ ، ٨١

إننا نقول : $100 > 86 > 81$ (نأخذ الجذر التربيعي للأعداد الثلاثة)

$$\leftarrow \sqrt{100} > \sqrt{86} > \sqrt{81}$$

$$\leftarrow 10 > \sqrt{86} > 9$$

وبما أن العدد ٨٦ أقرب إلى العدد ٨١ لذلك :

$$\sqrt{86} \approx 9 \text{ تقريباً}$$

$$\text{وبالتالي : } \frac{9}{10} = \frac{86}{100} \text{ تقريباً.}$$

فكر وناقش / ص ١٢٢ :

(١) قرب بديع وأديب العدد : $\sqrt{200}$ ، فكانت إجابة بديع (١٠٠) ، وإجابة أديب

(١٤) . من منهما إجابته صحيحة ؟ مع ذكر السبب .

(٢) قال عبدالحليم : إن $\sqrt{200} \approx 10$ ، لأن $\sqrt{200} > \sqrt{196} > \sqrt{181}$ هل تؤيد ما قاله عامر ؟ برر إجابتك .

الحل :

(١) العدد ٢٠٠ يقع بين المربعين الكاملين ١٩٦ و ٢٢٥ ، إذن :

$$\sqrt{225} > \sqrt{200} > \sqrt{196}$$

$$15 > \sqrt{200} > 14$$

وبما أن العدد ٢٠٠ أقرب إلى العدد ١٩٦ $\Rightarrow \sqrt{200} \approx 14$
إجابة أديب هي الصحيحة .

(٢) إجابة عبد الحليم غير صحيحة ، لأن العدد ١٢٠ أقرب إلى العدد ١٢١ لذلك فلن
 $\sqrt{120} \approx 11$

تمارين ومسائل / ص ١٢٣

أقر قيمة كل مما يأتي :

$$(أ) \sqrt{\frac{625}{900}} \quad (ب) \sqrt{3,24} \quad (ج) \sqrt{\frac{23}{20}} \quad (د) \sqrt{\frac{15}{49}}$$

$$(أ) \sqrt{\frac{625}{900}} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6} \quad (ب) \sqrt{3,24} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5} = 1,8$$

$$(ج) \sqrt{\frac{23}{20}} = \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{23}}{2\sqrt{5}}$$

$$(د) \sqrt{\frac{15}{49}} = \frac{\sqrt{15}}{7}$$

أقر قيمة كل مما يأتي ، وتحقق من معقولية الحل باستخدام الآلة الحاسبة :

$$(أ) \sqrt{\frac{14}{81}} \quad (ب) \sqrt{1,22} \quad (ج) \sqrt{\frac{4}{30}}$$

$$9 < 14 < 16 \leftarrow \sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$$

$$3 < \sqrt{14} < 4$$

وبما أن ١٤ أقرب للعدد ١٦ $\leftarrow \sqrt{14} \approx 4$

$$\text{أي: } \sqrt{\frac{14}{81}} \approx \frac{4}{9} \text{ تقريبا}$$

$$(ب) \sqrt{1,22} = \sqrt{\frac{122}{100}}$$

$$121 < 122 < 144 \leftarrow \sqrt{121} < \sqrt{122} < \sqrt{144}$$

$$11 < \sqrt{122} < 12$$

وبما أن ١٢٢ أقرب إلى ١٢١ $\leftarrow \sqrt{122} \approx 11$

$$\text{أي: } \sqrt{1,22} = \frac{11}{10} \approx 1,1 \text{ تقريبا}$$

$$\sqrt[3]{\frac{64}{3.7}} = \sqrt[3]{\frac{64}{3.7}} \quad (ج) \\ 36 > 30 > 25 \leftarrow \text{المقام} \\ 6 > 3.7 > 0 \leftarrow$$

وبما أن 30 أقرب إلى 25 $\leftarrow 5 \approx 3.7$

إذن: $\frac{8-64}{5-3.7}$ تقريبا

(3) رتب الأعداد الآتية تصاعديا: 5.7 ، $\frac{15}{2}$ ، $\sqrt{\frac{160}{2}}$

الحل:

$$6.3 \approx \sqrt{\frac{160}{2}} \quad , \quad 7.5 = \frac{15}{2} \quad , \quad 7.7 \approx 5.7$$

$$7.7 > \frac{15}{2} > 5.7 \quad , \quad \sqrt{\frac{160}{2}} > \frac{15}{2} > 5.7$$

(4) احصر كلا من الأعداد الآتية بين مربعين كاملين:

$$0.08 \quad (ج) \quad \frac{13}{16} \quad (ب) \quad 0.03 \quad (أ)$$

الحل:

$$\frac{4}{100} > \frac{3}{100} > \frac{1}{100} \leftarrow \frac{3}{100} = 0.03 \quad (أ)$$

$$0.04 > 0.03 > 0.01 \quad \text{إذن:}$$

$$\frac{16}{16} > \frac{13}{16} > \frac{9}{16} \leftarrow \frac{13}{16} \quad (ب)$$

$$1 > \frac{13}{16} > \frac{9}{16} \leftarrow$$

$$0.09 > 0.08 > 0.04 \leftarrow 0.08 \quad (ج)$$

(5) عين موقعا تقريبا للعدد $\sqrt{82}$ على خط الأعداد.

الحل:

$$\sqrt{100} > \sqrt{82} > \sqrt{81} \leftarrow 100 > 82 > 81$$

$$10 > \sqrt{82} > 9 \leftarrow$$

لكن 82 أقرب إلى 81



٦) اشترى أحمد سجادة مربعة الشكل ، مساحتها ٦٢٥ م^٢ ، ما طول السجادة ؟
 الحل :
 طول السجادة = $\sqrt{625} = 25$ م

٧) أنا عدد جذري التربيعي يقع بين جذري العددين : ١٠٠ ، ١٢١ ، وأنا أقرب إلى جذر ١٠٠ ، فمن أنا ؟
 الحل : ١٠١ ، ١٠٢ ، ١٠٣ ، ١٠٤ ، ١٠٥ ، ١٠٦ ، ١٠٧ ، ١٠٨ ، ١٠٩ ، ١١٠

٨) عددان يقع جذراهما التربيعيان بين العددين ٧ ، ٨ ، حيث يكون الجذر التربيعي لأحدهما أقرب ما يكون للعدد ٧ ، والجذر التربيعي للعدد الثاني أقرب ما يكون للعدد ٨ ، فما العددان ؟ قارن إجابتك مع غجابات زملائك .
 الحل : العدد الأول ← ٥٠
 العدد الثاني ← ٦٣

ملاحظه : هناك إجابات أخرى .

سند في الرياضيات

الدرس الثالث : الجذر التكعيبي للمعدن النسبي

يمكن إيجاد الجذر التكعيبي للمكعبات الكامله وهي الاعداد الناتجه من ضرب العدد في نفسه ٣ مرات .

$$\text{مثل } 1 \times 1 \times 1 = 1, \quad 2 \times 2 \times 2 = 8, \quad 3 \times 3 \times 3 = 27, \quad 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ وهكذا.}$$

نسمي الاعداد: ١، ٨، ٢٧، ٦٤، ٠٠٠٠ مكعبات كامله .

سؤال : هل العدد ٧٢٩ مكعب كامل ؟

نلجا إلى التحليل للعوامل الاوليه :

٣	٧٢٩
٣	٢٤٣
٣	٨١
٣	٢٧
٣	٩
٣	٣
	١

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3}_{9} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{9} = 729$$

$$9 = 3 \times 3$$

إذن ٧٢٩ هو مكعب كامل للعدد ٩

$$\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{9 \times 9 \times 9} = 9$$

مثال (١) / ص ١٢٥ :

ميّز المكعبات الكامله في ما يأتي :

$$\frac{1}{1000} \quad (١) \quad \frac{8}{20} \quad (٢) \quad ٠,٠٢٧ \quad (٣) \quad ٠,٠٢٥ \quad (٤)$$

الحل :

$$(١) \quad \frac{1}{1000} : \text{مكعب كامل ، لأن البسط ١ هو مكعب العدد ١ .}$$

المقام ١٠٠٠ وهو مكعب العدد ١٠ .

$$(٢) \quad \frac{8}{20} : \text{ليس مكعب كامل ، لأن البسط والمقام كل منهما ليس مكعب كامل}$$

$$(٣) \quad ٠,٠٢٧ = \frac{27}{1000} : \text{مكعب كامل ، لأن البسط ٢٧ مكعب العدد ٣}$$

والمقام ١٠٠٠ مكعب العدد ١٠ .

تقريب ١/ص ١٢٥ :- $\frac{25}{1000} = 0,025$ ليس مكعب كامل ، لأن البسط ٢٥ ليس مكعب كامل .

تملأ الجدول الآتي :

العدد	يمثل مكعبا كاملا	السبب
$\frac{8}{125}$	نعم	لأن ٨ مكعب كامل للعدد ٢
$\frac{64}{100}$	لا	لأن ١٢٥ مكعب كامل للعدد ٥
$\frac{1}{27}$	نعم	لأن ١٠٠ ليست مكعب كامل
$\frac{1}{27}$	نعم	لأن ١ مكعب كامل للعدد ١
$\frac{27}{1000}$	لا	٢٧ مكعب كامل للعدد ٣
		لأن ١٠٠٠ ليست مكعب كامل

الإيجاد الجذر التكعيبي للعدد النسبي ، نقوم بإيجاد الجذر التكعيبي لكل من البسط والمقام

تذكر :
حجم المكعب = (طول الضلع)^٣
طول ضلع المكعب = $\sqrt[3]{\text{حجم المكعب}}$

مثال : جد الجذر التكعيبي للأعداد الآتية : (شرح الأستاذ) :

(١) (٢) $\frac{8}{27}$ (٣) $0,064$

الحل : (١) $1 = \sqrt[3]{1}$

(٢) $\frac{2}{3} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

(٣) $0,4 = \frac{4}{10} = \sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = \sqrt[3]{0,064}$

تقريب ٢/ص ١٢٦ :-

الجذر التربيعي لكل مما يأتي :

(٣) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

(١) $\frac{17}{27}$ (٢) $0,001$

الحل :

$$(1) \quad \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{128}{27}} = \frac{128}{27} = \frac{17}{27}$$

$$(2) \quad \sqrt[3]{\frac{1}{10}} = \sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$(3) \quad \sqrt[3]{\frac{5}{2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{2}\right)^3} = \sqrt[3]{\left(\frac{125}{8}\right)} = \sqrt[3]{\left(\frac{125}{8}\right)} = \frac{5}{2}$$

لاحظ وتعلم : $\sqrt[3]{(s)} = s$

تدريب ٣ / ص ١٢٨ :-

جد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{\frac{30}{64}}$

الحل : $27 > 30 > 64 \leftarrow \sqrt[3]{27} > \sqrt[3]{30} > \sqrt[3]{64}$

$3 > \sqrt[3]{30} > 4$

لكن ٣٠ أقرب للعدد ٢٧ $\leftarrow \sqrt[3]{30} \approx \sqrt[3]{27}$

إذن : $\sqrt[3]{\frac{30}{64}} \approx \frac{3}{4}$ تقريبا .

تدريب ٤ / ص ١٢٨ :-

اكتشف الخطأ :-

$$80 = \sqrt[3]{8000}$$

الحل : $20 = \sqrt[3]{8000} \leftarrow \sqrt[3]{(20)^3} = 8000$

تدريب ٥ / ص ١٢٨ :-

اكتب طريقة ايجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{\frac{20}{1000}}$

الحل : المقام = ١٠٠٠ مكعب كامل جذره التكعيبي = ١٠

البسط = ٢٠ ليس مكعب كامل وهو محصور بين المكعبين الكاملين ٨ ، ٢٧

وبما ان ٢٠ أقرب إلى ٢٧ $\leftarrow \sqrt[3]{20} \approx \sqrt[3]{27}$

إذن : $\sqrt[3]{\frac{20}{1000}} \approx \frac{3}{10}$ تقريبا .

تمارين ومسائل / ص ١٢٩

(١) جذ قيمة كل مما يأتي :

$$\sqrt[3]{\frac{1}{512}} \quad (أ) \quad \sqrt[3]{-0.27} \quad (ب) \quad \sqrt[3]{\frac{3(9)}{3(15)}} \quad (ج)$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8} = \frac{1}{512}} \quad (أ)$$

$$\sqrt[3]{-0.27} = -0.3 \quad (ب)$$

$$\sqrt[3]{\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{3(9)}{3(15)}} \quad (ج)$$

(٢) قدر قيمة كل مما يأتي ، ونحقق من معقولية الحل باستخدام الآلة الحاسبة :

$$\sqrt[3]{\frac{60}{125}} \quad (أ) \quad \sqrt[3]{212} \quad (ب) \quad \sqrt[3]{-0.01} \quad (ج)$$

$$\sqrt[3]{\frac{60}{125} \approx \frac{4}{5}} \quad (أ)$$

$$\sqrt[3]{212} \approx 5.96 \quad (ب)$$

$$\sqrt[3]{-0.01} = -0.1 \quad (ج)$$

(٣) رتب الأعداد الآتية تصاعديا : $\sqrt[3]{64}$ ، $\frac{13}{12}$ ، 3.8 ، $\sqrt[3]{\frac{54}{2}}$

الحل : تصاعديا :-

$$\sqrt[3]{64} = 4 ، \frac{13}{12} \approx 1.08 ، \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = \sqrt[3]{27} = 3 ، 3.8$$

إن الترتيب هو : $3 ، 3.8 ، 4 ، 6.5$

(٤) احصر كلا من الأعداد الآتية بين مكعبين كاملين :

$$0.005 \quad (أ) \quad \frac{7}{27} \quad (ب) \quad 0.095 \quad (ج)$$

الحل :
 (أ) $0,008 > 0,005 > 0,001 \leftarrow 0,005$

(ب) $\frac{8}{27} > \frac{5}{27} > \frac{1}{27} \leftarrow \frac{5}{27}$

(ج) $1 > 0,95 > 0 \leftarrow 0,95$

٥) خزان ماء مكعب الشكل ، حجمه $3,375 \text{ م}^3$ ، جد طول ضلعه .

الحل :

طول ضلع المكعب = $\sqrt[3]{3,375} = 1,5 \text{ م}$

٦) غرفة مكعبة الشكل ، مساحة أحد جدرانها 16 م^2 ، جد حجم الغرفة .

الحل :

طول ضلع المربع = $\sqrt{16} = 4 \text{ م}$

إذن حجم الغرفة = $4^3 = 64$

٧) عددان صحيحان يقع جذراهما التكعيبيان بين العددين ٢ ، ٥ ، حيث يكون الجذر التكعيبى لأحدهما أقرب ما يكون للعدد ٢ ، والجذر التكعيبى للعدد الثاني أقرب ما يكون للعدد ٥ . فما العددان ؟ قارن إجابتك مع إجابات زملائك .

الحل : العدد ٩ جذره التكعيبى أقرب للعدد ٢ ، العدد ١٢٤ جذره أقرب للعدد ٥ .
 ملاحظه : هناك إجابات أخرى .

٨) اكتشف الخطأ في حل أمينة :

(أ) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = 0,8$ (ب) $\sqrt[3]{\frac{30}{1000}} \approx \frac{4}{10}$

الحل : (أ) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = 0,4$

(ب) $\sqrt[3]{\frac{30}{1000}} \approx \frac{3}{10}$

الدرس الرابع : تبسيط تعابير عددي تحتوي جذور

تذكر أولويات العمليات الحسابية :-

- (١) الأقواس .
- (٢) الضرب والقسمة أيهما على اليمين أولاً .
- (٣) الجمع والطرح أيهما على اليمين أولاً .

مثال (١) ص ١٣٠ :

جد قيمة كل من التعابير العددية الآتية :

$$(1) \quad 2^{-8} \times (2^6 + 2^7)$$

$$(2) \quad \left((3,12) + \frac{2}{2-4} \right) - \sqrt{36}$$

الحل :

$$(1) \quad 2^{-8} \times (2^6 + 2^7) = \frac{1}{2^8} \times (36 + 1) \quad (\text{تطبيق قواعد الأسس})$$

$$(2) \quad \frac{1}{64} \times 37 = \quad (\text{الأقواس ثم الأس})$$

$$\frac{37}{64} = \quad (\text{البسط} \times \text{البسط} , \text{المقام} \times \text{المقام})$$

$$(2) \quad \left((3,12) + \frac{2}{2-4} \right) - \sqrt{36} = (1 + 2 \times 2) - 6 = \quad (\text{قواعد الأسس})$$

$$= (1 + 16 \times 2) - 6 = \quad (\text{نتائج الأس})$$

$$= (1 + 32) - 6 = \quad (\text{الضرب أولاً})$$

$$= 33 - 6 = \quad (\text{القوس أولاً})$$

$$= 27$$

تدريب ٢ / ص ١٣١ :-

جد قيمة كل مما يأتي :

$$(1) \quad 2(5) + 49 - 64 = \frac{1}{2-(5)} + 2(7) - 6(2)$$

$$25 + 10 =$$

$$40 =$$

$$(2) \quad \left(\frac{64}{1000} \right)^3 \times \left(\frac{4}{2-(5)} - \sqrt{81} \right)$$

$$\frac{4}{10} \times (\sqrt{2(5) \times 4} - 1,9) =$$

$$\frac{4}{10} \times (\sqrt{10} - 1,9) =$$

$$0,4 \times 9,1 - \frac{4}{10} \times (10 - 1,9) =$$

$$3,64 -$$

$$\frac{1}{2-(3-)} + 3(12-9) \quad (3)$$

$$2(3-)+3(3-)$$

$$18 - 9 + 27 -$$

تدريب ٣ / ص ١٣٢ :-

جد قيمة كل من التعبير العددي الآتي :-

$$(1) \quad 35 - 0,64 \sqrt{100}$$

$$(2) \quad \frac{24 \times \sqrt{36}}{3 \times \sqrt{2(8)}} - \frac{1}{2-(7)}$$

الحل :

$$45 = 35 - 10 = 35 - 0,8 \times 100 \quad (1)$$

$$X \times \frac{6}{X} - 7 = 8 \times \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{64}} - \sqrt{7} \quad (2)$$

$$1 = 6 - 7 =$$

تدريب ٤ / ص ١٣٣ :-

اكتشف الخطأ وصححه في ما يأتي :

$$22 = 2(2-) - \frac{125}{1000} \sqrt{36}$$

الحل :-

$$4 - \frac{1}{2} \times 36 = 4 - \frac{5}{10} \times 36$$

$$14 = 4 - 18 =$$

تمارين ومسائل / ص ١٣٤

ملاحظة كل من التعبيرات العددية الآتية :

$$\left(\sqrt[3]{\frac{125}{216}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \right) \times 0,01 \quad (ب)$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{\frac{8}{1}} \right) \times \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{121}{4}} + \sqrt[3]{\frac{8}{1}} \right) \times \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{\frac{8}{1}} \right) \times \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{2}{11} \times \frac{9}{10}} \right) \times \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$$

$$\frac{21}{110} = \frac{3}{11} \times \frac{7}{10} = \frac{9}{110} \times \frac{7}{10}$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{125}{216}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \right) \times 0,01 \quad (ج)$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{125}{216}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \right) \times 0,01$$

$$\left(\frac{5}{6} - 1,5 \right) \frac{1}{100} =$$

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{100} = \left(\frac{5}{6} - \frac{15}{10} \right) \times \frac{1}{100} =$$

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{9}{6} \right) \frac{1}{100} =$$

$$\frac{1}{100} = \frac{4}{600} = \frac{4}{6} \times \frac{1}{100} =$$

(٢) رتب الأعداد الآتية تنازليا : (-٩) ، $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ ، $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ، $\sqrt[3]{\frac{125}{216}}$

الحل :

$$(-٩) < 1 < \sqrt[3]{\frac{1}{2}} < \sqrt[3]{\frac{27}{8}} < \sqrt[3]{\frac{125}{216}}$$

$$(-٩) < 1 < \sqrt[3]{\frac{1}{2}} < \sqrt[3]{\frac{27}{8}} < \sqrt[3]{\frac{125}{216}}$$

تمارين ومسائل / ص ١٣٤

(١) جد قيمة كل من التعبيرات العددية الآتية :

$$\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \div \sqrt[3]{0,81} \right) \times \sqrt[3]{\frac{49}{36}}$$

(ب) $0,01 \times \left(\sqrt[3]{\frac{125}{216}} - \sqrt[3]{2,25} \right)$

الحل :-

$$\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \div \sqrt[3]{0,81} \right) \times \sqrt[3]{\frac{49}{36}}$$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{121}{4}} \div \sqrt[3]{0,9} \right) \times \sqrt[3]{\frac{7}{6}}$$

$$\left(\frac{11}{2} \div \sqrt[3]{0,9} \right) \times \sqrt[3]{\frac{7}{6}} =$$

$$\left(\frac{2 \times 9}{11 \times 10} \right) \times \sqrt[3]{\frac{7}{6}} =$$

$$\frac{21}{110} = \frac{3}{50} \times \sqrt[3]{\frac{7}{6}} = \frac{9}{50} \times \sqrt[3]{\frac{7}{6}} =$$

(ب) $0,01 \times \left(\sqrt[3]{\frac{125}{216}} - \sqrt[3]{2,25} \right)$

$$\left(\sqrt[3]{\frac{125}{216}} - \sqrt[3]{2,25} \right) \times 0,01$$

$$\left(\frac{5}{6} - 1,5 \right) \frac{1}{100} =$$

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{100} = \left(\frac{5}{6} - \frac{15}{10} \right) \times \frac{1}{100} =$$

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{9}{6} \right) \frac{1}{100} =$$

$$\frac{1}{150} = \frac{4}{600} = \frac{4}{6} \times \frac{1}{100} =$$

(٢) رتب الأعداد الآتية تنازليا : (-9) ، $\sqrt[3]{0,4}$ ، $\sqrt[3]{0,27}$ ، $1,2$

الحل :

$$1,2 = \frac{2}{10} = \sqrt[3]{\frac{4}{1000}} = \sqrt[3]{0,4} \quad , \quad 1 = (-9) \quad , \quad \sqrt[3]{0,27}$$

$$0,5 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad , \quad 0,3 = \frac{3}{10} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \sqrt[3]{0,27}$$

إذن الترتيب التنازلي : $(-9)^0$ ، $(-2)^1$ ، $\sqrt[3]{27}$ ، $\sqrt[3]{4}$

٣) تحتاج غرفة مربعة الشكل إلى ٤٠٠ بلاطة لتليط الأرضية ، كم بلاطة سيتم وضعها في كل صف :
عدد البلاط في الصف = $\sqrt{400} = 20$ بلاطة

٤) لدى فرح صورة لأسرتها مربعة الشكل ، مساحتها ٠.٠٩ م^٢ ، أرادت وضعها في برواز ، فإذا كان ثمن المتر الطولي للبرواز ١.٥ دينار ، فما ثمن البرواز ؟
الحل :

طول ضلع الصورة = $\sqrt{0.09} = 0.3$ م
محيط البرواز = محيط المربع = $4 \times \text{طول الضلع}$
 $= 4 \times 0.3 = 1.2$ م
إذن ثمن البرواز = محيط البرواز \times سعر المتر الطولي
 $= 1.2 \times 1.5 = 1.8$ من الدينار
٥) قال غسان : أن $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$
بينما قال مجدي : إن $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
أي المقولتين السابقتين صحيحة ؟ مع ذكر السبب .
الحل :

العبارة الخاطئة بمجدي هي الصحيحة .
لأن الأولوية هي ناتج ما داخل الجذر (الجمع) ثم الجذر $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
٦) اكتشف الخطأ وصححه في ما يأتي .

$$18 = 3(-2) + \frac{49}{196}$$

الحل :

$$18 - \frac{1}{2} \times 18 = 18 - \frac{9}{14} \times 18$$

$$1 = 18 - 9 =$$

المادة الخامسة / ص ١٢٥

جد قيمة كل مما يأتي :

(أ) $\frac{3-}{2-(4)}$ (ب) $\frac{32}{5(2)}$ (ج) $\sqrt[3]{\frac{61}{64}}$ (د) $\sqrt[3]{0,76}$

الحل: (أ) $\frac{3-}{2-(4)} = \frac{3-}{2-4} = \frac{3-}{-2} = \frac{3}{2} = 1,5$

(ب) $\frac{32}{5(2)} = \frac{32}{10} = 3,2$

(ج) $\sqrt[3]{\frac{61}{64}} = \sqrt[3]{\frac{125}{64}} = \frac{5}{4} = 1,25$

(د) $2,4 = \frac{24}{10} = \frac{576}{1000} = \sqrt[3]{0,76}$

ملاحظه: في الفرع د: يمكن استخدام طريقة التحليل الى العوامل الأولية لمعرفة الجذر التربيعي للعدد ٥٧٦.

(٢) قدر قيمة كل مما يأتي ، وتحقق من معقولية التقدير باستخدام الآلة الحاسبة:

(أ) $\sqrt[3]{0,33}$ (ب) $\sqrt[3]{0,245}$ (ج) $\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$

الحل:

(أ) $\sqrt[3]{0,33} \approx 0,6$

(ب) $\sqrt[3]{0,245} \approx 0,6$

(ج) $\sqrt[3]{\frac{1}{5}} \approx 0,4$

(٣) جد قيمة كل من التعبيرات العددية الآتية:

(أ) $2-(3+5)-(8-)+2$

(ب) $17+3-(2) \times 3-5$

(ج) $\sqrt[3]{0,01} \times 4 + \sqrt[3]{0,25} \times 4$

الحل:

(أ) $2-(3+5)-(8-)+2 = 2-8-(-8)+2 = 2-8+8+2 = 4$

(ب) $\frac{1}{2(8)} - 3 = \frac{1}{16} - 3 = \frac{1}{16} - \frac{48}{16} = -\frac{47}{16}$

(ج) $\frac{191}{64} = \frac{1}{64} - \frac{192}{64} = \frac{1}{64} - \frac{3}{1} = -\frac{191}{64}$

$$17 + 3 - (2) \times 3 - 0 \quad (ب)$$

$$17 + \frac{3}{8} - 0 = 17 + \frac{1}{3(2)} \times 3 - 0 =$$

$$\frac{172}{8} = \frac{3}{8} \quad \frac{176}{8} = \frac{3}{8} \quad \frac{22}{1} =$$

$$2,4 = 0,4 + 2 = 0,1 \times 4 + 0,0 \times 4 \quad (ج)$$

٤) رتب الأعداد الآتية تصاعدياً ، دون حساب القيمة العددية لها :

$$^{\circ}(3), ^{-2}(3), ^{-1}(3), ^{+1}(3)$$

الحل :

الترتيب تصاعدياً : $^{\circ}(3), ^{-2}(3), ^{-1}(3), ^{+1}(3)$

٥) أكمل النمط الآتي :

$$27 = 3^3$$

$$9 = 3^2$$

$$3 = 3^1$$

$$\boxed{\dots\dots\dots} = 3^0$$

$$\boxed{\dots\dots\dots} = 3^{-1}$$

$$\boxed{\dots\dots\dots} = 3^{-2}$$

$$\boxed{\dots\dots\dots} = 3^{-3}$$

الحل :

$$1 = 3^0, 3 = 3^1, 9 = 3^2, 27 = 3^3$$

$$\frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}, \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}, \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

٦) إذا كان عدد الطلاب الصف السابع ٨١ طالبا ، أرادوا التقاط صورة جماعية بمناسبة انتهاء العام الدراسي ، وقد اصطفوا مشكلين مربعا ، كم طالبا يجب أن يكون في كل صف ؟

الحل :

$$\text{عدد الطلبة في الصف} = \sqrt{81} = 9 \text{ طلاب}$$

الأسئلة الاختيارية / ١٢٧

(١) يتكون هذا السؤال من (٥) فقرات من نوع الاختيار من متعدد ، لكل منها (٤) بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي :

- (١) $\frac{1}{5}$ (أ) ٢٥ - (ب) $\frac{1}{25}$ (ج) $\frac{1}{10}$ (د) $\frac{1}{100}$
- (٢) $\sqrt{1.44}$ (أ) ١٢ (ب) ١.٢ (ج) ٠.١٢ (د) ٠.٠١٢
- (٣) $(3-)^{+} + (7)^{-}$ (أ) ٤ (ب) ١٠ (ج) ٢ (د) ٠
- (٤) $\sqrt{2(25-)}$ (أ) ٥ (ب) ٥ - (ج) ٢٥ (د) ٢٥ -
- (٥) أحد الأعداد الآتية يعتبر مربعاً كاملاً ، ومكعباً كاملاً :
 (أ) $\frac{25}{100}$ (ب) $\frac{8}{100}$ (ج) $\frac{1}{64}$ (د) $\frac{27}{10000}$

العل :

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥
البديل	أ	ب	ج	د	هـ
الصحيح			ج	د	ج

(٢) جد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة ممكنة :

(أ) $10(15 - \sqrt{40})$ (ب) $2(100 - \sqrt{0.1} \times \sqrt{0.1} \times \sqrt{0.1})$

العل :

(أ) $10(15 - \sqrt{40}) = 10(15 - 2\sqrt{10}) = 150 - 20\sqrt{10}$

$500 = 50 \times 10 =$

(ب) $2(100 - \sqrt{0.1} \times \sqrt{0.1} \times \sqrt{0.1}) =$

$100 \times (0.1 \times 0.1 \times 0.1) =$

$1 = 100 \times 0.001 =$

(٣) غرفة علي مكعبة الشكل ، مساحة أحد جدرانها $\frac{225}{4}$ م^٢ ، وغرفة خالد مكعبة

الشكل ، حجمها $\frac{1000}{8}$ م^٣ ، أي الغرفتين طول ضلعها هو الأطول ؟ برر إجابتك .

الحل :

$$\text{طول ضلع غرفة علي} = \sqrt{\frac{15}{2} = \frac{225}{4}} = 7,5 \text{ م}$$

$$\text{طول ضلع غرفة خالد} = \sqrt{\frac{10}{2} = \frac{100}{8}} = 5 \text{ م}$$

إذن : طول ضلع غرفة علي أكبر من طول ضلع غرفة خالد

شرح الأستاذ في الرياضيات