الفصل الخامس – الأشكال الرباعية

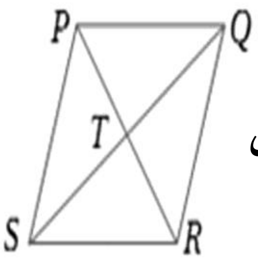
- مجموع قياسات الزوايا الداخلية (s) لمضلع محدب عدد أضلاعه n هي $(n-2)\times 180$

- قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم = $\dfrac{(n-2)\times 180}{n}$

- مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع هو 360

- عدد أضلع مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية x° = $\dfrac{360}{180 - x^\circ}$

متوازي الأضلاع



متوازي الأضلاع :-

هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويان في الطول

خواص متوازي الأضلاع

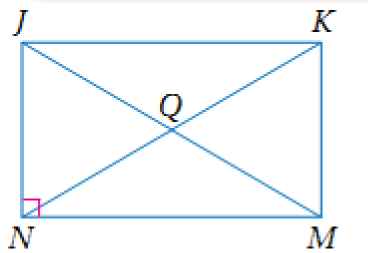
(١) الأضلاع المتقابلة متطابقة ومتوازية

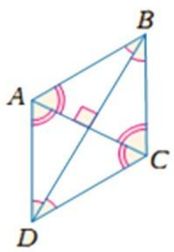
(٢) الزوايا المتقابلة متطابقة

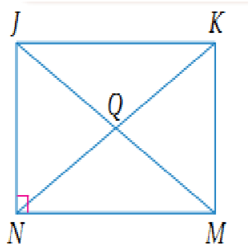
(٣) الزوايا المتحالفة متكاملة (مجموع قياسهم = 180)

(٤) القطران ينصف كلا منهما الأخر

(٥) قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلي مثلثين متطابقين

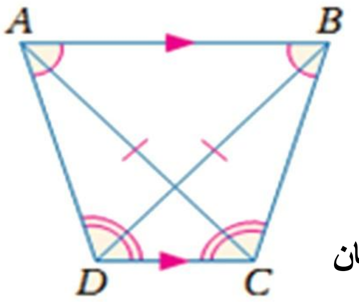






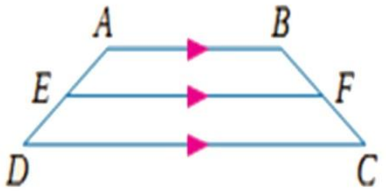
المستطيل	المعين	المربع
	هو متوازي أضلاع فيه	
جميع زواياه قوائم	الأضلاع الأربعة متطابقة	الأضلاع الأربعة متطابقة
القطران متطابقان	القطران متعامدان	القطران متعامدان ومتطابقان
	القطران ينصفان الزاويتان المتقابلتان	القطران ينصفان الزاويتان المتقابلتان (45)

شبه المنحرف



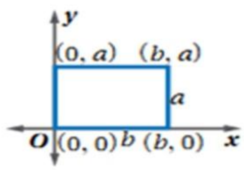
- زاويتا القاعدة لشبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان والقطران متطابقان

- القطعة المتوسطة توازي كلا من القاعدتين وطولها يساوي نصف مجموع طوليهما

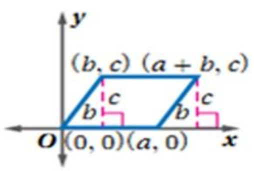


$$EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$$

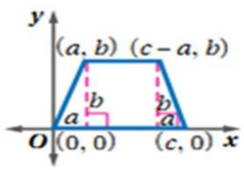
- الإحداثيات : -



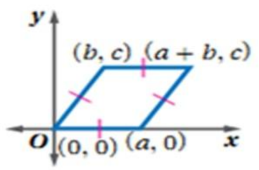
مستطيل



متوازي أضلاع



شبه منحرف



معيّن

تذكر : إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة $A(x_1, y_1)$ & $B(x_2, y_2)$ هي

$$\left(\frac{y_2-y_1}{2} , \frac{X_2-x_1}{2} \right)$$

والميل = $\frac{y_2-y_1}{X_2-x_1}$ وطول القطعة = $\sqrt{(x2-x1)^2 + (y2-y1)^2}$

الفصل السادس – التناسب والتشابه

- التناسب = $\frac{c}{d} \quad \frac{a}{b}$
- مثال : النسب بين قياسات زوايا مثلث هي 2:3:5 فما هي قياسات الزوايا

2x+3x+5x=180	10x=180	X=18	زوايا المثلث هي 2×18=36 ‘ 3×18=54 ‘ 5×18=90

- **يتشابه مضلعان إذا كانت** الزوايا المتناظرة متطابقة **وأطوال** الأضلاع المتناظرة متناسبة

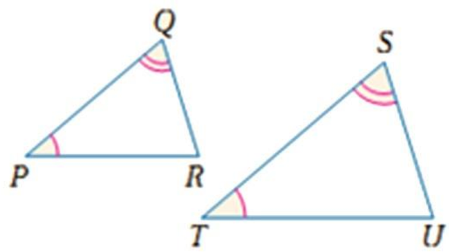
$\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

فان

m (< A) = m (< X)	A B = X Y
m (< B) = m (< Y)	B C = Y Z
m (< C) = m (< Z)	A C = X Z

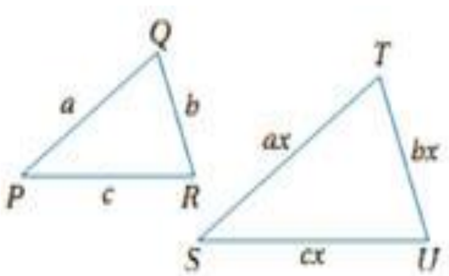
- **حالات تشابه المثلثات -:**

1) إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر **AA**



مثال: $\angle Q \cong \angle S,$ و $\angle P \cong \angle T$
لذلك $\triangle PQR \sim \triangle TSU$.

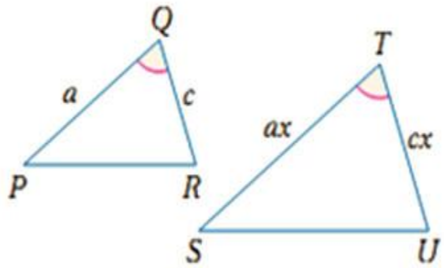
2) التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)، إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.



مثال: $\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{SU} = \frac{RP}{TU}$ لذلك $\triangle PQR \sim \triangle TSU$

3) التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS): إذا كان طولا ضلعين في مثلث متناسبين مع طولي الضلعين المناظرين في مثلث آخر والزاويتان المحصورتان متطابقتين فإن المثلثين متشابهان.

مثال: $\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{SU}$ و $\angle Q \cong \angle T$، لذلك $\triangle PQR \sim \triangle TSU$.



- تشابه المثلثات علاقة انعكاسية ومتماثلة ومتعدية

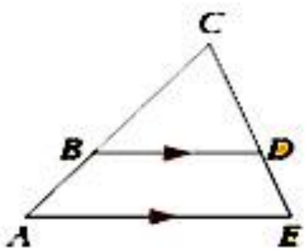
انعكاسية	$\triangle ABC \sim \triangle ABC$
متماثلة	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$، فإن $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.
متعدية	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ و $\triangle DEF \sim \triangle GHI$، فإن $\triangle ABC \sim \triangle GHI$.

- المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة :
- إذا وازي مستقيم ضلعا من أضلاع المثلث فانه

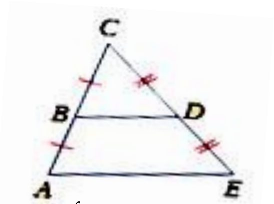
يقسم الضلعين الواصل بينهما إلي قطع متناسبة الطوال

- إذا كان BD //AE فان $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$

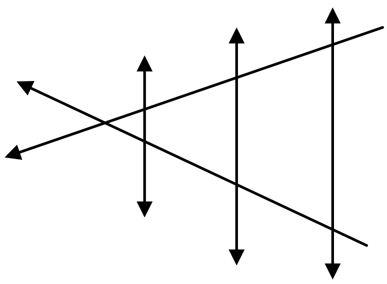
(والعكس صحيح) .



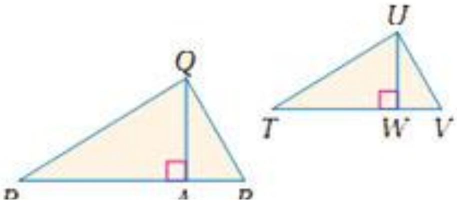
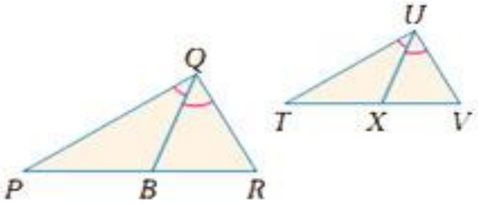
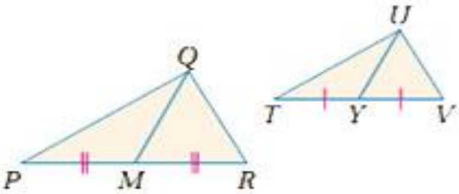
- القطعة المنصفة توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه



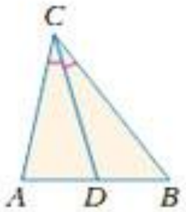
- إذا قطع قاطعان مستقيمات متوازية فان أجزاء القاطعين متناسبة ، وإذا كانت أجزاء أحد هذه القواطع متطابقة تكون أجزاء القاطع الأخر أيضا متطابقة .



- إذا تشابه مثلثان فان ....

النسبة بين محيطيهما يساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة	
النسبة بين ارتفاعين متناظرين يساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.	
النسبة بين طول منصفي زاويتين متناظرتين يساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة .	
النسبة بين طول قطعتين متوسطتين متناظرتين يساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة .	

منصّف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين.



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$$

$\leftarrow$ القطعتان المشتركتان بالرأس A

$\leftarrow$ القطعتان المشتركتان بالرأس B

الفصل السابع – التحويلات الهندسية

- **الانعكاس** : تحويل تطابق يحافظ علي المسافات – وقياسيات الزوايا – والقطع المستقيمة – والأشكال

الانعكاس حول محور السينات	الانعكاس حول محور الصادات	الانعكاس حول نقطة الأصل	الانعكاس حول الخط المستقيم Y = X
$(a, b) \rightarrow (a, -b)$	$(a, b) \rightarrow (-a, b)$	$(a, b) \rightarrow (-a, -b)$	$(a, b) \rightarrow (b, a)$
نثبت السينات ونغير أشارة الصادات	نثبت الصادات ونغير أشارة السينات	نغير أشارة السينات والصادات	تبديل الإحداثيين

- **الإزاحة (الانسحاب)** :-

الإزاحة الأفقية تخص محور السينات (إذا كانت لليمين تكون موجبة وإذا كانت لليسار سالبة)

والإزاحة الراسية تخص محور الصادات (إذا كانت للأعلى موجبة وإذا كانت للأسفل سالبة)

$p(x, y) \longrightarrow p^{/}(x+a, y+b)$

- **الدوران** : هو تحويل تدور به كل نقاط الشكل بزاوية معينة في اتجاه معين حول نقطة تسمي مركز الدوران وهذه الزاوية تسمي زاوية الدوران

(وحركة عقارب الساعة تعني دوران سالب والعكس يكون موجب)

- انعكاسين متعاقبين في خطين مستقيمين متعامدين تعادل دوران بزاوية قياسها 180° حول نقطة تقاطع الخطين

- **التماثل الدوراني** : هو تدوير الشكل بزاوية اقل من 360° حول نقطة بحيث تكون الصورة مطابقة للأصل ، وبالتالي مقدار التماثل = $\frac{360}{\text{الرتبة (عدد الأضلع)}}$

- **التبليط** : يشترط أن تكون مجموع زوايا المضلعات المحيطة بأي نقطة مساويا ˚ 360

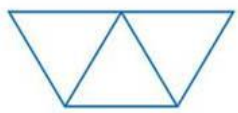
التبليط

منتظم

* نوع واحد من المضلعات المنتظمة

* قياس الزاوية الداخلية قاسما للعدد 360

(مثلث متطابق الأضلاع – مربع – سداسي منتظم)

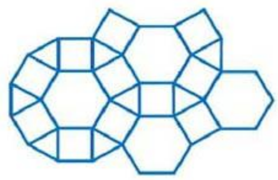


منسق ومنتظم

شبه منتظم

*يتكون من مضلعين منتظمين أو أكثر

(تكرار مضاعفات ما سبق)

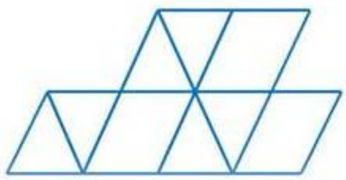


منسق وشبه منتظم

غير منتظم

*وجود نوع غير منتظم

(أي شكل غير منظم أو ليس قاسما للعدد 360)

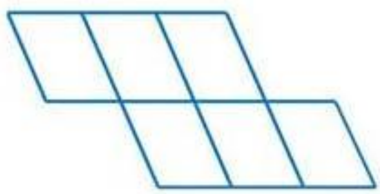


غير متسق وغير منتظم

تبليط

منسق

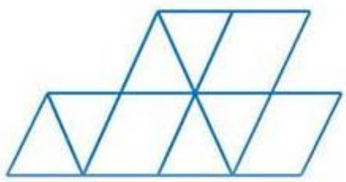
* يحتوي علي نفس ترتيب الزوايا عند أي رأس



متسق وغير منتظم

غير منسق

* عدم وجود نفس عدد الزوايا عند أي رأس



غير متسق وغير منتظم

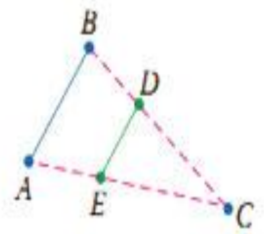
ملحوظة :- تعبير منتظم، ، ، خاص بتطابق الأضلاع والزوايا ، إما تعبير منسق، ، خاص بعدد الزوايا حول أي رأس .

<u>التمدد</u> : **نوع من التحويلات يحدث تغييراً في قياسات الشكل . ويتم تحديد الشكل بمعرفة مركز التمدد ومعامل التمدد (r)**

- **لاحظ** إذا كانت $|r| > 1$ يكون التمدد تكبيرًا.

وإذا كانت $0 < |r| < 1$ يكون التمدد تصغيرًا.

وإذا كانت $|r| = 1$ يكون التمدد تحويل تطابق .



- إذا كان التمدد الذي مركزه C ومعامله r ينقل A إلى E ، و B إلى D . فإن $ED = |r|(AB)$.

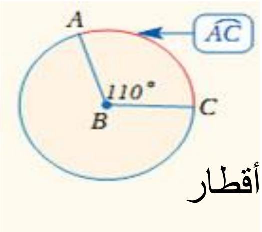
- **عندما يكون التمدد موجب تكون الصورة علي امتداد الأصل . وعندما يكون التمدد سالب تكون الصورة علي الجهة المقابلة للأصل** (أي أن مركز التمدد يقع بين الصورة والأصل)

- **في المستوي الأحداثي :**

صورة النقطة P(x , y) الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله r ، هي P`(rx ,ry)

الفصل الثامن – الدائرة

- إذا كان طول محيط الدائرة C وحدة، وطول القطر d وحدة، أو كان نصف القطر r وحدة، فإن المحيط يُعبر عنه بالعلاقتين $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$.



- مجموع الزوايا المركزية في الدائرة يساوي 360 درجة .
- الزاوية المركزية : هي الزاوية الذي رأسه مركز الدائرة وضلعاها أنصاف أقطار وقياسها يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعاها .
- الزاوية المحيطية : هي الزاوية الذي رأسه يقع علي سطح الدائرة وضلعاها وتران في الدائرة وقياسها يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعاها .
- في الدائرة أو في الدوائر المتطابقة ، يتطابق القوسين إذا كانت الزاويتان المركزيتين المناظرتين متطابقتين والعكس صحيح .
-

طول القوس ← $\dfrac{A}{360} = \dfrac{\ell}{2\pi r}$ → قياس القوس بالدرجات

محيط الدائرة ← → قياس الدائرة كاملة بالدرجات

- تتطابق الأقواس الصغرى في الدائرة أو الدوائر المتطابقة إذا وفقط إذا تطابقت الأوتار المناظرة لها.

اختصار:

في ⊙ ، القوسان الصغيران ≅ إذن وتراهما ≅.

في ⊙ ،الوتران ≅ إذن قوساهما الصغيران ≅.

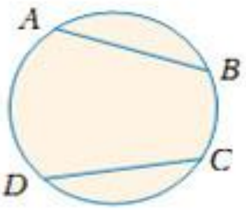
أمثلة :

إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

فإن $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$

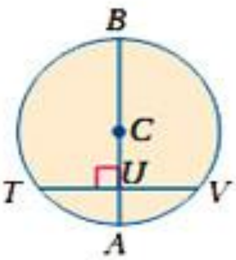
إذا كان $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$

فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

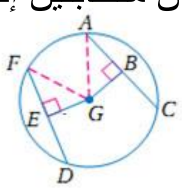


- في الدائرة، إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عموديًا على وتر فيها، فإنه ينصّف الوتر وينصّف قوسه أيضًا.

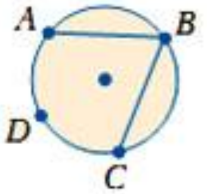
مثال ، إذا كان $\overline{BA} \perp \overline{TV}$ ، فإن $\widehat{AT} \cong \widehat{AV}$, $\overline{UT} \cong \overline{UV}$.



- في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة ، يكون الوتران متطابقين إذا كان لهما البعد نفسه عن مركز الدائرة .



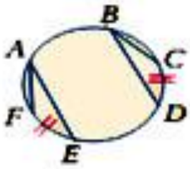
- **قياس الزاوية المحيطية: يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في قوس واحد ،** وأيضاً يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعاها .



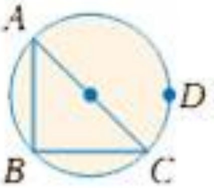
مثال: $m\angle ABC = \frac{1}{2}(m\widehat{ADC})$

أو $2(m\angle ABC) = m\widehat{ADC}$

- إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة (أو دوائر متطابقة) القوس نفسه أو أقواساً متطابقة ، فان الزاويتين تكونان متطابقتين

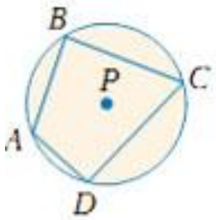


- الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ، تكون قائمة



إذن $m\angle ABC = 90^\circ$.

- الشكل الرباعي الدائري (أي الذي رؤوسه الأربعة علي سطح الدائرة) يكون فيه كل زاويتين متقابلتين متكاملتان

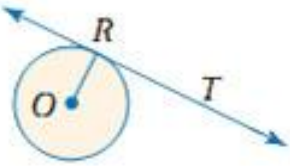


الشكل الرباعي $ABCD$ محصور داخل $\odot P$.

$\angle A$ و $\angle C$ زاويتان متكاملتان.

$\angle B$ و $\angle D$ زاويتان متكاملتان.

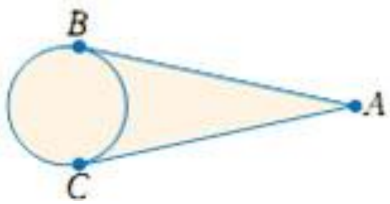
- إذا كان مستقيم مماسًا لدائرة، فإنه يكون عموديًا على نصف القطر المار بنقطة التماس.



مثال: إذا كان $\overleftrightarrow{RT}$ مماسًا، فإن $\overline{OR} \perp \overleftrightarrow{RT}$.

- والعكس إذا تعامد مستقيم مع نصف قطر دائرة عند نهايته فانه يكون مماساً للدائرة .

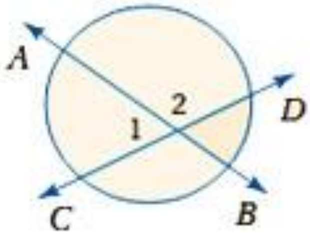
- المماسان لدائرة من نقطة خارجها يكونان متطابقان .



$\overline{AB} \cong \overline{AC}$

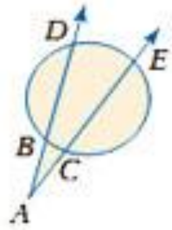
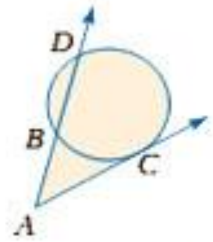
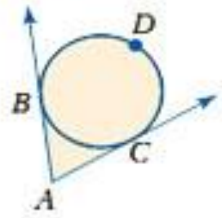
- المضلعات المحيطة بدائرة تكون مماسه لها .

- إذا تقاطع قاطعان داخل دائرة فإن قياس أي من الزوايا المتكوّنة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.



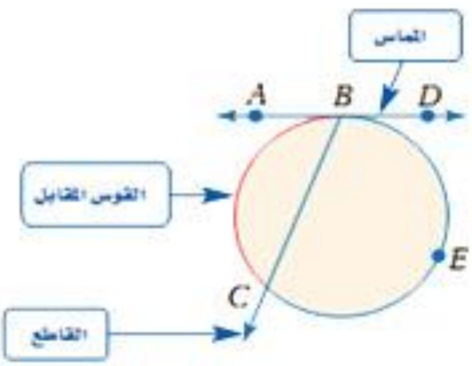
أمثلة:
$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AC} + m\widehat{BD})$$
$$m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{AD} + m\widehat{BC})$$

- إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان خارج دائرة فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها.

قاطعان	مماس - قاطع	مماسان
		
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$	$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$	$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$

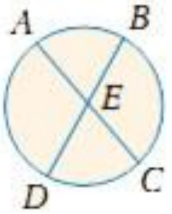
- إذا تقاطع قاطع ومماس عند نقطة التماس، فإن قياس كل زاوية متكوّنة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله.

(وتسمى بالزاوية المماسية)



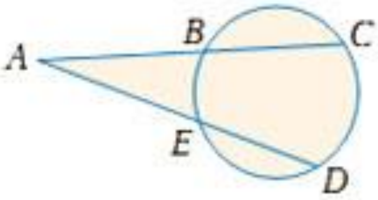
أمثلة:
$$m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{BC}$$
$$m\angle DBC = \frac{1}{2}m\widehat{BEC}$$

- إذا تقاطع وتران داخل دائرة فإن حاصل ضرب طولي جُزْأي كل وتر متساويان.



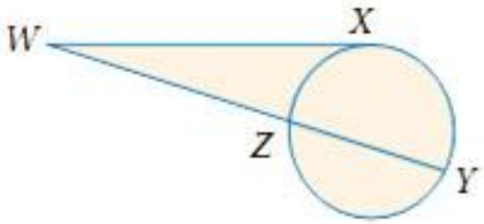
مثال:
$$AE \cdot EC = BE \cdot ED$$

إذا رُسم قاطعان إلى دائرة من نقطة خارجها فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.



مثال: $AB \cdot AC = AE \cdot AD$

- إذا رسم مماس للدائرة وقاطع من نقطة خارج الدائرة فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.



مثال: $(\mathbf{wx})^2 = WZ \cdot WY$

- معادلة الدائرة التي مركزها (h, k) وطول نصف قطرها r وحدة هي :

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$